

# Implementasi Integral Fourier untuk Mendapatkan Sinyal Kecepatan dan Sinyal Simpangan dari Data Digital Sensor MEMS Accelerometer

Wasis<sup>1\*</sup>

<sup>1)</sup> Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya

Diterima 27 Maret 2018, direvisi 01 April 2018

## ABSTRAK

Makalah ini membahas dan mengimplementasikan teknik sederhana untuk mendapatkan sinyal kecepatan dan sinyal simpangan dari data sinyal digital keluaran sensor MEMS *accelerometer*, yang merupakan sinyal percepatan. Metode yang digunakan adalah integral numerik, yakni integral Fourier diskrit. Secara teknis, data sinyal digital dari sensor MEMS *accelerometer* diubah dari domain waktu ke domain frekuensi dengan Transformasi Fourier Diskrit (DFT). Dalam domain frekuensi, komponen sinyal percepatan diintegrasikan sekali untuk mendapatkan komponen kecepataannya, dan diintegrasikan dua kali untuk mendapatkan komponen simpangannya. Selanjutnya dilakukan Transformasi Fourier Balik (IDFT) untuk mendapatkan bentuk sinyal kecepatan dan sinyal simpangan dalam domain waktu. Penerapan teori dan metode ini memberikan hasil yang cukup baik, khususnya untuk sinyal dengan frekuensi rendah yang direkam dengan kecepatan sampling yang tinggi.

**Kata kunci:** MEMS *accelerometer*, integral Fourier, DFT.

## ABSTRACT

This paper discusses and implements a simple technique to obtain the velocity and the displacement signals from the digital data of the MEMS accelerometer sensor, which is an acceleration signal. The method used is a numerical integral, i.e. discrete Fourier integral. Technically, the digital signal data from the MEMS accelerometer sensor is converted from time domain to frequency domain by using Discrete Fourier Transform (DFT). In the frequency domain, the acceleration signal component is integrated once to obtain its velocity components, and is integrated twice to obtain its displacement component. Furthermore, Invers Discrete Fourier Transform (IDFT) is performed to obtain the form of velocity and displacement signals in time domain. The application of these theories and methods gives quite good results, especially for low frequency signals recorded at high sampling rates.

**Keywords:** MEMS accelerometer, Fourier integral, DFT.

---

## PENDAHULUAN

MEMS *accelerometer* merupakan sensor percepatan dalam bentuk rangkaian terintegrasi (IC). Sensor ini biasanya digunakan untuk mengukur besarnya vibrasi mekanik dan sudut kemiringan (tilt) sebuah objek [1,2]. MEMS *accelerometer* lebih disukai oleh pengguna dari pada sensor sejenis karena dimensinya yang

kecil, *low-power*, dan tersedia dalam 3-sumbu sensing (xyz) [3,4], sehingga dapat digunakan untuk mengukur vibrasi dalam 3-arah sekaligus.

Bidang aplikasi yang banyak memanfaatkan sensor ini adalah industri-industri manufaktur dan mekatronika [3,5]. Dalam perkembangannya, MEMS *accelerometer* juga diterapkan di bidang teknik sipil dan geofisika sebagai sensor seismik [6,7]. MEMS *accelerometer* terbukti dapat menggantikan peran geofon dengan cukup baik, meskipun masih kurang sensitif [6].

Sebagai sensor seismik, parameter sinyal vibrasi yang direkam oleh MEMS accelero-

-----  
\*Corresponding author:  
E-mail: wasis55@ub.ac.id

meter adalah percepatan, dan bukan kecepatan seperti halnya yang dilakukan oleh geofon atau jenis sensor seismik tipe spring yang lainnya. Sensitivitas MEMS *accelerometer* dinyatakan dalam mV/g, dimana g adalah percepatan gravitasi bumi ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ) [3].

Dalam bidang geofisika seismik, parameter kecepatan lebih sering digunakan daripada percepatan, sehingga terkadang diperlukan mengubah bentuk sinyal percepatan menjadi sinyal kecepatan, bahkan sinyal simpangannya. Hal ini juga berguna apabila kita ingin membandingkan performa kinerja antara sensor MEMS *accelerometer* dengan geofon. Makalah ini membahas tentang metode sederhana untuk menghasilkan sinyal kecepatan dan sinyal simpangan dari data-data digital sensor MEMS *accelerometer*, dengan cara mengimplementasikan integral Fourier diskrit.

### METODE PENELITIAN

**Teorema Integral Fourier Diskrit.** Dalam bidang fisika, formulasi hubungan antara besaran percepatan  $a(t)$ , kecepatan  $v(t)$ , serta simpangan  $d(t)$  sebuah sinyal dalam domain waktu dinyatakan dalam persamaan (1) dan (2) berikut:

$$v(t) = \int_0^t a(t) dt + v_0 \quad (1)$$

$$d(t) = \int_0^t v(t) dt + d_0 \quad (2)$$

dengan  $v_0$  adalah kecepatan awal sinyal, dan  $d_0$  adalah simpangan awal sinyal.

Sebagaimana telah disebutkan di depan, bahwa data sinyal vibrasi (seismik) yang diukur dan direkam dengan MEMS *accelerometer* adalah sinyal percepatan, yang mana dalam hal ini berbentuk diskrit yang didapatkan dari proses sampling dari sinyal kontinyu. Sehingga himpunan dari elemen-elemen sinyal percepatan tersebut dapat dinyatakan dan ditulis sebagai  $\{a(n)\}$ , dengan  $n = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ , dimana  $N$  adalah jumlah total dari jajaran sinyal diskrit.

Dalam analisis sinyal, merubah sinyal diskrit dari domain waktu ke domain frekuensi dapat dilakukan dengan transformasi Fourier diskrit (*Discrete Fourier Transform*, DFT) atau *Fast Fourier Transform* (FFT). Algoritma FFT lebih cepet, namun lebih kompleks karena

menyaratkan sejumlah  $2^n$  data sampling. Untuk jumlah data sampling yang random dan tidak terlalu banyak, pemakaian DFT dapat lebih menguntungkan.

Algoritma dari DFT ( $F_D$ ) adalah sebagai berikut: untuk sejumlah  $N$  data kompleks dalam domain waktu, nilai  $A(k)$  diberikan oleh [8]:

$$A(k) = F_D \{a(n)\} = \sum_{n=0}^{N-1} a(n) e^{-j(2\pi kn/N)} \quad (3)$$

dengan  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ .

Selanjutnya, untuk mendapatkan besarnya nilai  $A(k)$ , maka persamaan (3) perlu diuraikan terlebih dulu ke dalam komponen-komponen sinus dan kosinusnya. Sehingga persamaan (3) dapat ditulis kembali menjadi:

$$A(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(n) \cos(2\pi kn/N) - j \sum_{n=0}^{N-1} a(n) \sin(2\pi kn/N) \quad (4)$$

Persamaan (4) tersebut mengandung komponen real (Re) dan komponen imajiner (Im) untuk masing-masing nilai  $A(k)$ , yaitu:

$$\text{Re } A(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(n) \cos(2\pi kn/N) \quad (5)$$

$$\text{Im } A(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a(n) \sin(2\pi kn/N)$$

Sehingga besarnya nilai  $A(k)$  dan sudut fasenya  $\theta$ , dapat dinyatakan dalam persamaan (6) dan (7), sebagai berikut:

$$|A(k)| = \left[ (\text{Re } A(k))^2 + (\text{Im } A(k))^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\text{Im } A(k)}{\text{Re } A(k)} \right) \quad (7)$$

Jika persamaan (5) dan (6) dikembalikan pada domain waktu, maka tinggal melakukan invers DFT (IDFT), yang dinyatakan oleh

$$a(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A(k) e^{j(2\pi kn/N)} \quad (8)$$

Disini,  $a(n)$  adalah sinyal percepatan dalam domain waktu yang baru, yang didapatkan dari proses DFT-IDFT.

Selanjutnya, dari persamaan (8) tersebut dapat dilakukan integrasi untuk mendapatkan

komponen sinyal kecepatan  $V(k)$ , dan dilakukan integrasi sekali lagi untuk mendapatkan komponen sinyal simpangan  $D(k)$ , sebagaimana hasilnya diberikan oleh persamaan (9) sampai dengan persamaan (13).

$$V(k) = \frac{1}{j2\pi k} A(k) \quad (9)$$

$$= -\frac{j}{2\pi k} (\text{Re } A(k)) + (\text{Im } A(k))$$

yang dapat dinyatakan dalam

$$V(k) = \text{Re } V(k) + \text{Im } V(k) \quad (10)$$

dimana,

$$\text{Re } V(k) = \frac{1}{2\pi k} * \text{Im } A(k) \quad (11)$$

$$\text{Im } V(k) = -\frac{1}{2\pi k} * \text{Re } A(k)$$

Dengan cara yang sama akan didapatkan sinyal simpangan,

$$D(k) = -\frac{1}{(2\pi k)^2} A(k) \quad (12)$$

dimana,

$$\text{Re } D(k) = -\frac{1}{(2\pi k)^2} * \text{Re } A(k) \quad (13)$$

$$\text{Im } D(k) = -\frac{1}{(2\pi k)^2} * \text{Im } A(k)$$

Selanjutnya sinyal kecepatan dan simpangannya dapat dinyatakan dalam persamaan (14) dan persamaan (15).

$$v(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} V(k) e^{j(2\pi kn/N)} \quad (14)$$

$$d(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} D(k) e^{j(2\pi kn/N)} \quad (15)$$

Persamaan (14) dan persamaan (15) adalah persamaan-persamaan yang akan digunakan untuk mendapatkan sinyal kecepatan dan sinyal simpangan dari sinyal percepatan sensor MEMS *accelerometer*.

**Prosedur Komputasi.** Implementasi teori dan metode integral Fourier diskrit untuk mendapatkan sinyal kecepatan dan sinyal simpangan dari data sinyal digital MEMS *accelerometer* dilakukan dengan menggunakan Bahasa pemrograman Delphi7. Berikut adalah

prosedur kerjanya.

1. Menyiapkan rekaman data sinyal digital (diskrit) dari sensor MEMS *accelerometer*.
2. Mencari dan menentukan komponen A(k) menggunakan DFT pad pers.(5).
3. Menentukan komponen kecepatan dan komponen simpangan dengan menggunakan pers.(11) dan (13).
4. Menentukan deret sinyal kecepatan dan sinyal simpangan sebagai fungsi waktu dengan menggunakan pers.(14) dan (15).
5. Memplot sinyal percepatan, kecepatan, dan simpangan sebagai fungsi waktu dalam bentuk grafik.

Potongan kode program proses komputasi prosedur di atas adalah sebagai berikut:

```
// Menentukan konstanta V dan D pada Pers.(9)
for i:=0 to N-1 do
  if i=0 then
    CV[i]:=1/(2*pi*0.001));
    CD[i]:=-1/(sqr(2*pi*0.001));
  else CV[i]:=1/(2*pi*i)); CD[i]:=-1/(sqr(2*pi*i));
end;
```

```
// Proses DFT dan integrasi
for k:=0 to N-1 do
begin
  ReX:=0; ImX:=0; Re:=0; Im:=0;
  ohm:=(2*pi)/(N*TSam);
  for n:=0 to N-1 do
  begin
    elcos:=cos(k*n*ohm*TSam);
    elsin:=sin(k*n*ohm*TSam);
    Re:=(X[n])*elcos; ReX:=ReX+Re;
    Im:=(X[n])*elsin; ImX:=ImX+Im;
  end;
  AR[k]:=ReX; AI[k]:=ImX;
  VR[k]:=CV[k]*AI[k]; VI[k]:=-CV[k]*AR[k];
  DR[k]:=CD[k]*AR[k]; DI[k]:=-CD[k]*AI[k];
end;
```

Sedangkan proses IDFT untuk mengembalikan sinyal dari domain frekuensi ke domain waktu adalah sebagai berikut:

```
// Invers A, sinyal percepatan (V)
for n:=0 to N-1 do
begin
  ReX:=0; ImX:=0; Re:=0; Im:=0;
  for k:=0 to N-1 do
  begin
    elcos:=cos(n*k*ohm*TSam);
    elsin:=sin(n*k*ohm*TSam);
    Re:=(AR[k])*elcos; ReX:=ReX+Re;
    Im:=(AI[k])*elsin; ImX:=ImX+Im;
```

```

end;
SA[n]:=(ReX+ImX)/sigdata;
end;

// Invers V, sinyal kecepatan (mV)
for n:=0 to N-1 do
begin
ReX:=0; ImX:=0; Re:=0; Im:=0;
for k:=0 to N-1 do
begin
elcos:=cos(n*k*ohm*TSam);
elsin:=sin(n*k*ohm*TSam);
Re:=(VR[k])*elcos; ReX:=ReX+Re;
Im:=(VI[k])*elsin; ImX:=ImX+Im;
end;
SV[n]:=-((ReX+ImX)/sigdata)*1000;
end;

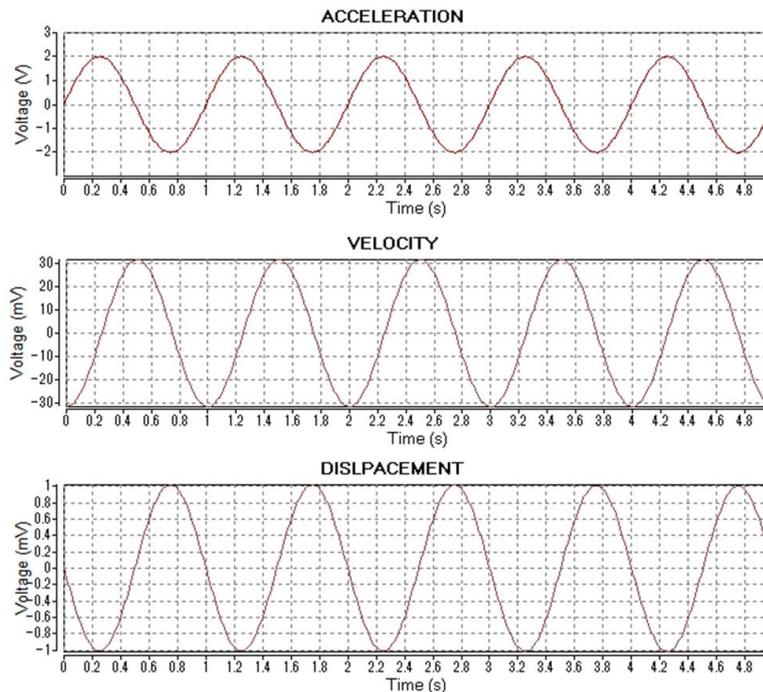
// Invers D, sinyal simpangan (mV)
for n:=0 to N-1 do
begin
ReX:=0; ImX:=0; Re:=0; Im:=0;
for k:=0 to N-1 do
begin
elcos:=cos(n*k*ohm*TSam);
elsin:=sin(n*k*ohm*TSam);
Re:=(DR[k])*elcos; ReX:=ReX+Re;
Im:=(DI[k])*elsin; ImX:=ImX+Im;
end;
SD[n]:=((ReX+ImX)/sigdata)*1000;
end;

```

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum diterapkan pada data-data sensor MEMS *accelerometer*, disini algoritma dan program yang telah dibuat akan diuji terlebih dahulu dengan menggunakan sinyal simulasi berupa sinyal sinus murni. Ini berguna untuk memberikan keyakinan bahwa algoritma dan program yang dikembangkan telah valid.

Pertama menggunakan sinyal percepatan berupa sinyal sinus murni dengan amplitudo 2 volt dan frekuensi 1 Hz yang disampling dengan waktu sampling (TSam) sebesar 10ms, dengan jumlah data N=500. Hasil komputasi dalam bentuk grafik sinyal percepatan, kecepatan dan simpangannya diberikan pada Gambar 1.

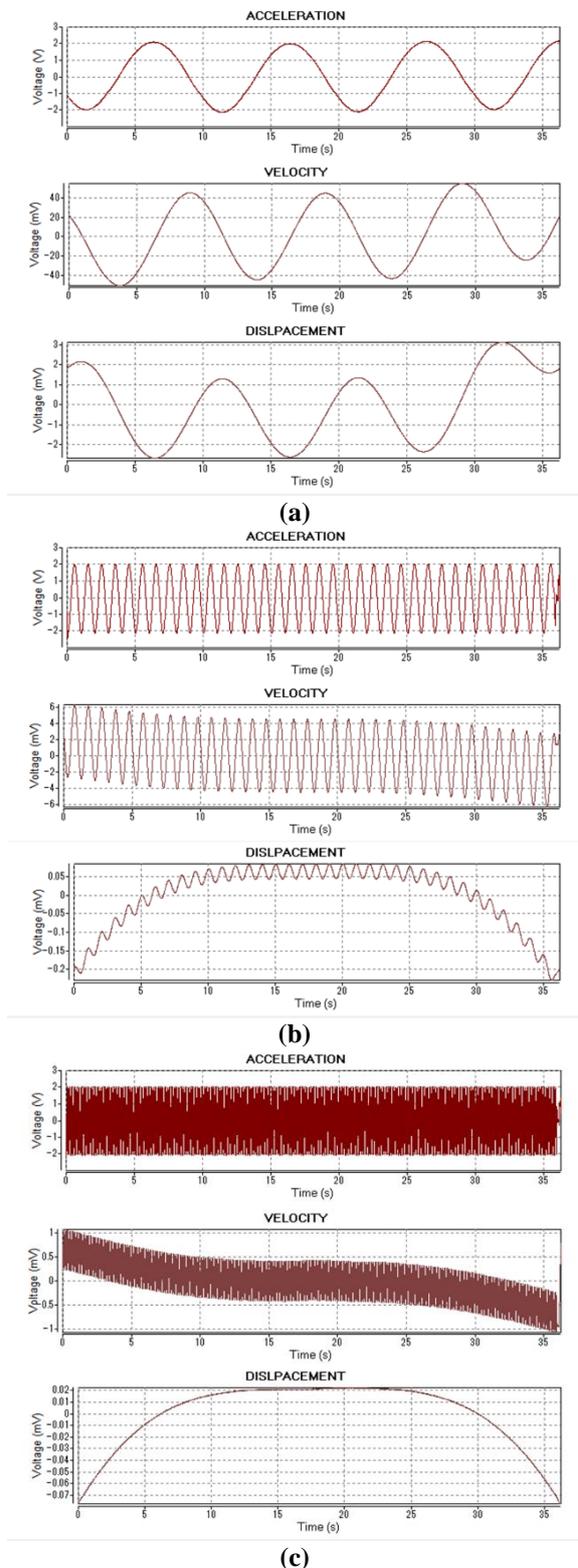


Gambar 1. Signal: f=1Hz, Tsam=10ms, N=500

Apabila dilihat dari bentuk kurvanya, hasil komputasi pada Gambar 1 ini telah sesuai dengan teori trigonometri, dimana hubungan antara sinyal percepatan, kecepatan dan simpangan telah terlihat dengan jelas. Sebuah sinyal percepatan berupa sinyal sinus, setelah

diintegrasikan sekali akan menjadi sinyal kecepatan (negatif cosinus), dan diintegrasikan dua kali akan menjadi sinyal simpangan (negatif sinus). Disini, amplitudo dari sinyal kecepatan (dalam mV) dan sinyal simpangan (dalam mV) mengalami penurunan sebagai fungsi frekuensi

sebagaimana dinyatakan dalam persamaan (9) dan persamaan (12).

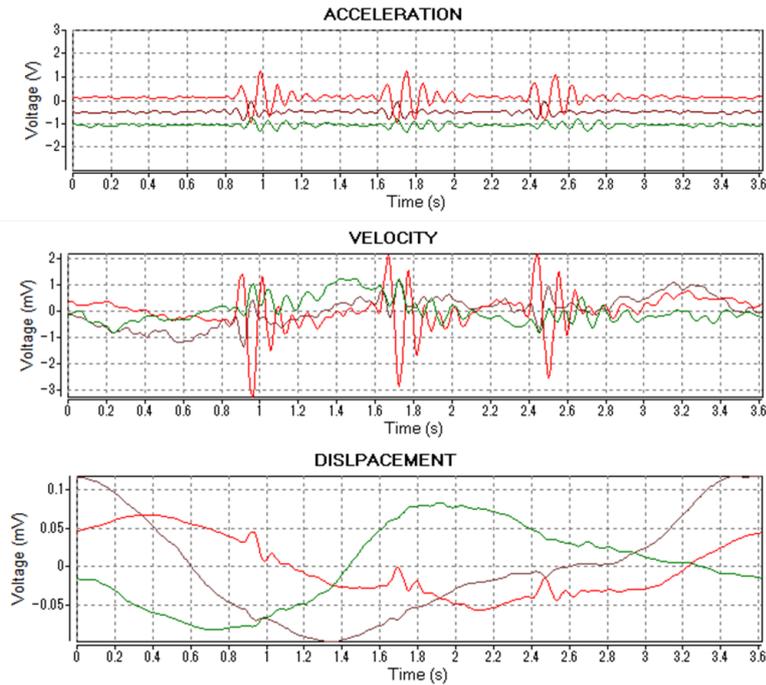


**Gambar 2.** (a) Signal  $f=0,1\text{Hz}$ ,  $T_{\text{sam}}=5\text{ms}$ ,  $N=5000$ ;  
 (b) Signal:  $f=1\text{Hz}$ ,  $T_{\text{sam}}=5\text{ms}$ ,  $N=5000$ , dan  
 (c) Signal:  $f=10\text{Hz}$ ,  $T_{\text{sam}}=5\text{ms}$ ,  $N=5000$

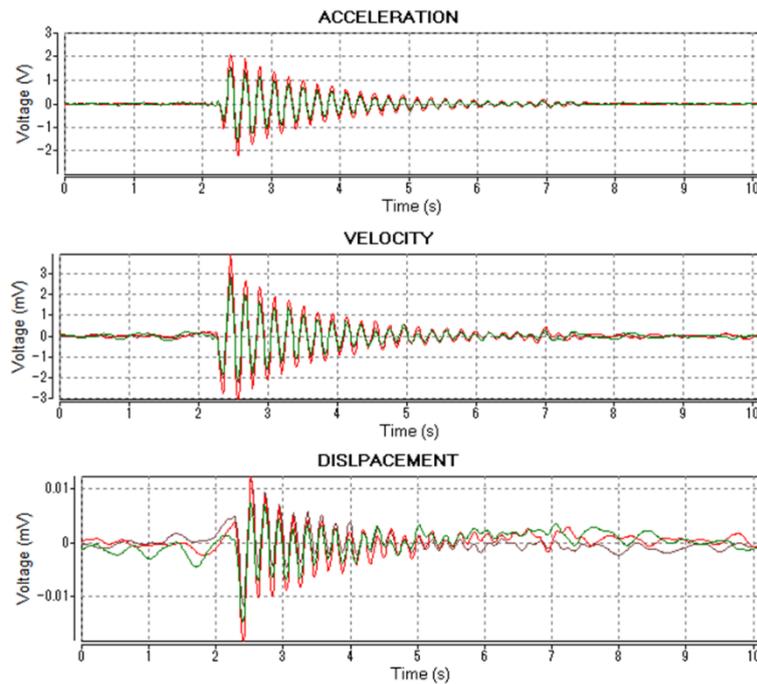
Selanjutnya hasil uji dari beberapa sinyal dengan frekuensi yang berbeda, dengan  $T_{\text{sam}}$  dan  $N$  yang sama diberikan pada Gambar 2a, 2b dan 2c. Hasil komputasi menunjukkan bahwa secara fungsi trigonometri sudah benar, namun grafik sinyal kecepatan akan mengalami penurunan (bisa juga kenaikan) secara linear, sedangkan grafik sinyal simpangan akan mengalami penurunan (bisa juga kenaikan) secara kuadratik. Ini akibat dari faktor konstanta frekuensi ( $\omega$ ), sebagaimana yang diberikan pada persamaan (9) dan (12).

Grafik sinyal kecepatan maupun simpangan akan semakin mengalami distorsi (penaikan atau penurunan) dengan semakin tingginya frekuensi dari sinyal percepatan. Hal ini dapat dimengerti karena pada dasarnya integral Fourier diskrit tidak memproses sinyal aslinya, namun hanya sinyal samplingnya. Sehingga dengan semakin meningkatnya frekuensi sinyal aslinya, untuk waktu sampling yang sama, akan berakibat jumlah sinyal diskrit (sampling) yang dihasilkan akan semakin sedikit. Lebih detail tentang error komputasi dalam masalah ini dapat dilihat pada referensi nomor [9]. Namun secara umum dapat dinyatakan bahwa hasil-hasil tersebut menunjukkan bahwa metode integral Fourier diskrit terbukti dapat digunakan untuk menentukan sinyal kecepatan dan simpangan dari sinyal percepatan.

Implementasi dari algoritma dan program integral Fourier diskrit untuk menentukan sinyal seismik dari MEMS *accelerometer* diberikan pada Gambar 3. Program ini dikembangkan untuk menentukan tiga buah sinyal percepatan sekaligus, yang mana ini merupakan salah satu kelebihan dari MEMS *accelerometer*, yakni dia dapat digunakan untuk mengukur vibrasi dalam tiga sumbu getar sekaligus (*xyz*). Gambar 3 adalah sinyal dari sensor MEMS *accelerometer* yang digunakan untuk mengukur vibrasi pada frekuensi agak tinggi. Grafik sinyal kecepatan maupun simpangan yang dihasilkan juga sesuai dengan teori fungsi trigonometri, sedangkan error yang berupa penaikan atau penurunan kurva terlihat cukup besar. Sedangkan, Gambar 4 adalah sinyal dari sensor MEMS *accelerometer* yang digunakan untuk mengukur vibrasi pada frekuensi rendah (sekitar 5 Hz). Grafik sinyal kecepatan maupun simpangan yang dihasilkan sangat bagus, baik dalam hal fungsi trigonometri maupun error yang berupa penaikan/penurunan kurva



Gambar 3. Signal dari MEMS accelerometer pada frek-tinggi yang direkam dengan  $T_{sam}=5ms$ ,  $N=500$



Gambar 4. Signal dari MEMS accelerometer pada frek-rendah yang direkam dengan  $T_{sam}=5ms$ ,  $N=500$ .

### KESIMPULAN

Metode Integral Fourier Diskrit terbukti dapat digunakan untuk menghasilkan sinyal kecepatan dan sinyal simpangan dari data digital sensor MEMS accelerometer. Secara teknis, data sinyal digital dari MEMS accelerometer diubah

dari domain waktu ke domain frekuensi dengan Transformasi Fourier Diskrit (DFT). Dalam domain frekuensi, komponen sinyal percepatan diintegrasikan sekali untuk mendapatkan komponen sinyal kecepatan, dan diintegrasikan dua kali untuk mendapatkan komponen sinyal simpangan. Selanjutnya dilakukan Transformasi Fourier Balik (IDFT) untuk mendapatkan sinyal

kecepatan dan sinyal simpangan dalam domain waktu.

Hasil dari ujicoba dan validasi komputasi yang telah dilakukan menunjukkan bahwa implementasi teori dan metode ini memberikan hasil yang cukup baik, khususnya untuk sinyal dengan frekuensi rendah yang direkam dengan kecepatan sampling yang tinggi.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih penulis sampaikan kepada Dr.Eng. Didik R. Santoso dan timnya di Lab. MCS Jurusan Fisika UB atas berkenannya memberikan beberapa rekaman data-data digital dari sensor MEMS *accelerometer*.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Santoso, D.R., Maryanto, S., Nadhir, A., dan Sugiharto, T. (2017) A simple and low-cost data acquisition system with multi-nodes facility for geophone array sensors. *International Journal of Applied Engineering Research*. 12 (10), 265-274.
- [2] Santoso, D.R., Maryanto, S., dan Nadhir, A. (2015) Application of single MEMS-accelerometer to measure 3-axis vibrations and 2-axis tilt-angle simultaneously. *Telkomnika (Telecommunication Computing Electronics and Control)*. 13 (2), 442-450.
- [3] Albarbar, A., Mekid, S., Starr, A., dan Pietruszkiewicz, R. (2008) Suitability of MEMS Accelerometers for Condition Monitoring: An experimental study. *Sensors*. 8 (2), 784–799.
- [4] Freescale Semiconductor (2008) Technical Data: MMA7361L±1.5g, ±6g Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer.
- [5] Rahim, I.A., Miskam, M.A., Sidek, O., Zaharudin, S.A., Zainol, M.Z., dan Mohd, S. (2009) Development of a Vibration Measuring Unit Using a Micro-electromechanical System Accelerometer for Machine Condition Monitoring. *European Journal of Scientific Research*. 35 (1), 150–158.
- [6] Aizawa, T., Kimura, T., Matsuoka, T., Takeda, T., dan Asano, Y. (2008) Application of MEMS accelerometer to geophysics. *International Journal of the JCRM*. 4 (2), 1–4.
- [7] Pascale, A. (2009) Using Micro-ElectroMechanical Systems (MEMS) accelerometers for earthquake monitoring.
- [8] Ifeachor, E.C. dan Jervis, B. (1993) Digital Signal Processing: A Practical Approach. Prentice Hall, .
- [9] Han, S. dan Chung, J.W. (2003) Retrieving displacement signal from measured acceleration signal. *KSME International Journal*. 17 (2), 1178–1184.